

「数学的な考え方」を育む算数科授業の工夫

- 3年 数と計算における算数的活動を通して -

浦添市立浦城小学校 片平雅明

【要約】

本研究は、数の感覚を豊かにするような算数的活動を取り入れた学習活動を行うことにより、多様な見方、考え方を引き出し、それらを統合することによって数学的な考え方の育成を目指した授業の工夫を試みたものである。

授業実践では、算数的活動を行う場を与えるような問題提示をしたことにより、多様な見方、考え方があることに気づくことができ、また、数の感覚を豊かにするような算数的活動をすることによって、テープ図や絵をかいて自ら考えていこうとする態度が見られた。

キーワード

数学的な考え方の育成

算数的活動

多様な見方、考え方

比較・検討の場

テーマ設定の理由

平成15年12月に学習指導要領の一部が改正され、指導内容は最低基準で、子どもの実態に応じた補充的・発展的な学習への対応が示された。このきっかけの一つは、「学力低下」を危惧する議論が活発に展開されているからと考えられる。

いまだかつてなかったような急速かつ激しく変化する社会を主体的・創造的に生き抜いていくために、教育に求められているのは、「生きる力」を育むことである。そのための学力として「確かな学力」が改めて確認された。「確かな学力」とは、知識や技能はもちろんのこと、これに加えて、学ぶ意欲や、自分で課題を見付け、自ら学び、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力等までを含めたもので、これらを個性を生かす教育の中ではぐくむことが肝要であるとしている。

しかし、平成15年度に本市で実施した3年生の算数科の標研式観点別到達度診断(CDT-)の結果によると、観点別の正答率は、「表現・処理」は89%、「知識・理解」は81%、「数学的な考え方」は60%と「数学的な考え方」が特に低いという実態がある。

これまででも、算数科においては、「数学的な考え方」を育成するため、筋道を立てて考えることが重視されてきた。児童がこれまで獲得した知識や技能

を使って自分で考え、よりよい考え方を見だし、多様な考え方に気づくことを大切にする必要がある。指導の手だてとして、数理を見出したり、新たな活動の引き金となる活動を見つけたりする過程が保障できる算数的活動を多く設けるような学習指導の工夫改善を行うことが大事だと考えられる。

そこで、数の感覚を豊かにするような算数的活動を取り入れた学習することにより、多様な見方、考え方を引き出し、それを統合して基礎・基本をより深めるような指導をすることによって、児童一人一人に「数学的な考え方」を身につけることができると考え、本テーマを設定した。

目指す児童像

筋道を立てて考えることができる児童

研究の目標

一人一人の児童が「数学的な考え方」を身につけるために、数の感覚を豊かにするような算数的活動を取り入れた学習活動の展開のあり方について実践的に研究する。

研究の仮説

1 基本仮説

算数科の授業において、数の感覚を豊かにするような算数的活動を取り入れた学習活動を工夫す

ることによって「数学的な考え方」が身に付くであろう。

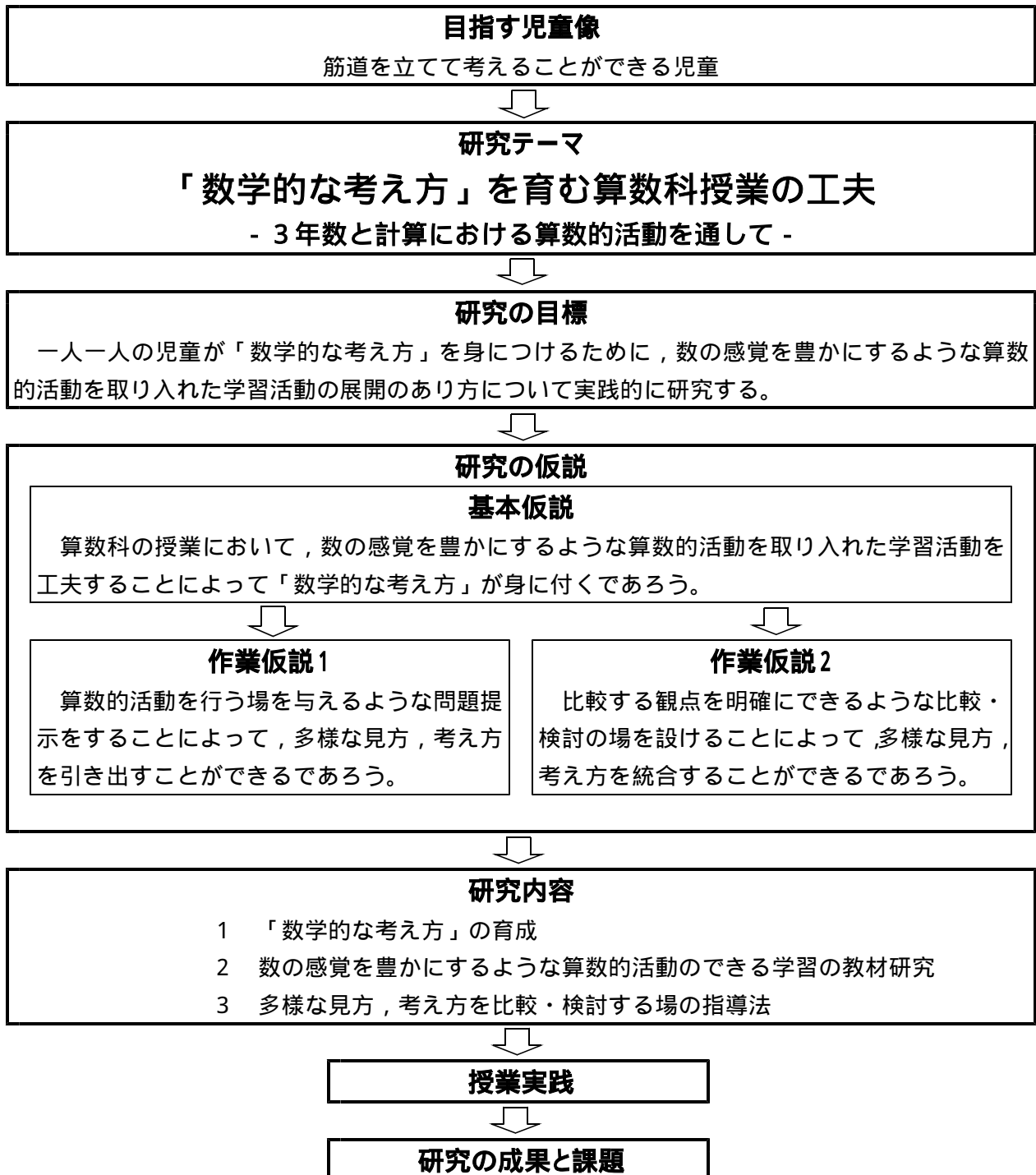
2 作業仮説

(1) 算数的活動を行う場を与えるような問題提示をすることによって、多様な見方、考え方を引

き出すことができるだろう。

(2) 比較する観点を明確にした比較・検討する場を設けることによって、多様な見方、考え方を統合することができるであろう。

研究構想図



研究内容

1 「数学的な考え方」の育成

(1) 数学的な考え方の具体的内容

数学的な考え方には、帰納的、類推的、単純化、

記号化などの方法に関係した数学的な考え方と単位、操作、基本的性質などの内容に関係した数学的な考え方に分類できる。

数 学 の 方 法 に 関 し た 数 学 的 な 考 え 方	ア 帰納的な考え方	問題を解決するのに、解決のしかたが見つからない時などに、まず一般的ルール、性質を見出して、これをもとにして当面の問題を解決しようとするときに用いられる考え方。 例えば、いくつかの三角形の内角を測って、その和がみんな 180° になっていることから、どんな三角形でも内角の和が 180° であろうと考えること。
	イ 類推的な考え方	問題を解決するのに、解決のしかたが見つからず、その問題に似た問題の解決方法を思い出し、そこでもその解決方法が成り立つのではないかと思考を進めていこうとする考え方。 例えば、 2.1×3.2 の計算のしかたがわからないとき、これと似た計算をしたことがないかを考え、 2.1×32 、 210×32 などを思いだし、これらは 21×32 を計算して、小数点をどこにつければよいかを考えればよいだらうと考えること。
	ウ 演繹的な考え方	前提として与えられたいくつかの命題から論理的規則を用いて、厳密に必然的結論を導き出す考え方。(子どもが「-だから」と考えたり、説明しようとする) 例えば、ある形が直角であることを見ただけで判断するのではなく、紙を2回折って作った直角の角や三角定規の直角の角をあててから「ピッタリあうから直角だ」というように説明したり、判断したりすること。
	エ 統合的な考え方	多くの事柄を個々ばらばらにしておかないで、より広い観点から、それらの本質的な共通性を抽象し、これによって、同じものとしてまとめていこうとする考え方。(ある事柄の成り立つ範囲を広げていこうとする考え方) 例えば、たし算で、整数のたし算、小数のたし算、分数のたし算、時間のたし算、量のたし算はそれぞれ違う計算のしかたとして指導しているが、ある時、これらについて共通した点を見直させ、単位をそろえ、同単位の大きさを加え、単位間の関係のあるときには繰り上がりをするという3つの原理に基づくということを見つけ、計算のしかたはみな同じものと考えること。
	オ 発展的な考え方	統合してことをさらに広い範囲に用いていこうとしたり、1つの結果が得られても、さらによりよい方法を求めたり、これを基にして、より一般的な、より新しいものを発見していこうとする考え方。 例えば、「1人に色紙を4枚ずつ6人に配る。色紙は何枚ありますか」という問題をかけ算 4×6 で表すことをわからせ、かけ算の意味を指導し、この後で「4や6という数を変えると、どんな問題ができ、それはどんな式で表せるか」というふう考えさせる考え方。
	カ 抽象化の考え方	いくつかの事柄・現象や場面を集め、それぞれの全てに適用できるような基準に基づいて、それを1つの類にする考え方。 例えば、紙、本、机、黒板などの面は、四隅が直角でなかったり、表面が凸凹であったりするが、このようなことを無視して、長方形という理想的なものを考えること。
	キ 単純化の考え方	いくつもの条件があって、それらの全ての条件を考慮しなければならないとき、その全部を考えるということは、初めからできにくいことがある。そういう場合には、そのうちのいくつかの条件を一時無視して、簡単な基本的な場合に直して考えてみようとする考え方。 例えば、1本30円の鉛筆4本と、1個50円の消しゴム6個を買ったときの代金は? という問題を、1本30円の鉛筆4本の代金 1個50円の消しゴム6個の代金 鉛筆と消しゴムの代金の合計について、それぞれ順に を一つずつ考えていくこと。
	ク 一般化の考え方	1つの対象についての考察から、その対象を含むより大きな集合の考察に移っていこうという考え方。 例えば、「1m50円のひもを3m買ったときの代金は?」というとき、 50×3 となり、買った長さを3mが他の長さ4m、5mでも 50×4 、 50×5 で表されると考える。また、50円を60円、70円にしても 60×3 、 70×3 で表せることができることから、 $(1\text{mの値段}) \times (\text{長さ}) = (\text{代金})$ と表すことができると考えること。
	ケ 特殊化の考え方	ある事象の集合に関する考察から、それに含まれるそれより小さい集合、または、その中の1つの事象について考える考え方。 例えば、三角形の内角の和について、三角定規の角は 45° 、 45° 、 90° と 30° 、 60° 、 90° であり、その和はいずれも 180° である。だから他の三角形も 180° だという見通しを持ち、三角形の三つの角を切って、一点のまわりに集めて 180° になるかどうかを確かめるといように見通しを持つときに特別な場合を考えること。
	コ 記号化の考え方	事象を数量や図形に置き直して考えたり、記号の表す意味を捨象して記号を操作するルールを定め、これに基づいて形式的に処理したりする考え方。 例えば、問題の意味をとらえやすくしたり、解法を見つけやすくしたりするために、その工夫として、線分図やテープ図、面積図に表そうと考えること。
数 学 の 内 容 に 関 し た 数 学 的 な 考 え 方	ア 単位の考え	構成要素(単位)の大きさや関係に着目する。 例えば、 $12 \div 4$ のわり算では、わる数の4を1つの単位と考え、12の中に4がいくつ入っているかと考えること。
	イ 表現の考え	表現の基本原則に基づいて考えようとする。文章題で題意から演算の意味を明らかにし、正しく表現しようとする考え。
	ウ 操作の考え	ものや操作の意味を明らかにしたり、広げたり、それに基づいて考えようとする。 文章題で題意から演算を決定する時に、操作の意味に基づいて考えること。
	エ アルゴリズムの考え	操作のしかたを形式化しようとする。 例えば、わり算だったらわり算の意味に戻って考えていくのではなく、わる数のかけ算九九から商を見つけるとい考え。
	オ 概括的把握の考え	ものや操作の方法を大づかみにとらえたり、その結果を用いようとする。 例えば、8個入りのあめと10個入りのあめがあって、それを3人に同じ数ずつ配るときに、8個のもの10個のもの別々に分けるのではなく、合計してからでも分けられるのではないかと考えること。
	カ 基本的性質の考え	基本的法則や性質に着目する。 数の範囲を拡げる毎に、交換法則、結合法則、分配法則などの基本的法則が成り立つかどうかを検討し、それらを基にして、計算の仕方を見いだしたり、これを計算を上手にする工夫に生かしたりする考え。
キ 関数的な考え	何を決めれば何が決まるかということに着目したり、変数間の対応のルールを見つけたり、用いたりしようとする。	
ク 式についての考え	事柄や関係を式に表したり、式をよもうとする。 文章題で題意から演算を決定する時に、操作の意味に基づいて考え、これを式に表そうと考えること。	

(2) 数学的な考え方の構造化

な数学的な考え方がはたらくかを表にまとめた。

問題解決の過程をもとに、その各段階で、どん

問題解決の過程	方法に関係した数学的な考え方										内容に関係した数学的な考え方							
	帰納的 な考 え方	類推 的考 え方	演繹 的考 え方	統 合 的考 え方	発 展 的考 え方	抽 象 化 の考 え方	単 純 化 の考 え方	一 般 化 の考 え方	特 殊 化 の考 え方	記 号 化 の考 え方	単 位 の考 え え	表 現 の考 え え	操 作 の考 え え	ア ル ゴ リ ズ ム の考 え	概 括 的 把 握 の考 え	基 本 的 性 質 の考 え	関 数 的 な考 え	式 に つ い て の考 え
問題把握																		
見通しを立てる																		
解決の実行																		
比較・検討																		

(3) 数学的な考え方の指導の留意点

指導すべき数学的な考え方としてどのようなものを取り上げるかを明らかにする。

単元や毎時間ごとの指導の目標として、どんな数学的な態度や考え方を経験させたり、伸ばしたりするかを明示することに努める。

1時間の指導の中のどこで、どのように、どんな考え方を指導するのかを具体的に考えて指導に当たる。

以上、3つのことに留意して数学的な考え方を育む指導を行うことが大切と考えられる。

2 数の感覚を豊かにするような算数的活動のできる学習の教材研究

(1) ピアジェの活動主義

ピアジェによれば、具体的操作の段階にある小学生の教育は、何よりも、児童の具体的な活動を重視していく必要があるという。論理的思考も、活動が心内化して、それが1つのまとめりと、可逆性とを備えることによって生まれる。算数教育における論理性の重視ということも、決して言葉

や記号だけで、児童に論理を押しつけるということではない。児童の具体的な活動を通して、論理的な考え方を養ってやることだというのである。

(2) 算数的活動について

算数的活動とは

外的にも内的にも、直接的にも間接的にも、始めからではなくても最終的に、算数に関わりのあるもので、児童が自分の興味・関心から、目的意識をもち、それを追求し続ける中で、その対象に向かう関わり方の質がどんどん高まって、児童にとってよりよいものとなる、一連の体験と考えられる。また、意味を広げていくと算数的活動とは、算数の学習活動そのものであると考えられる。

算数的活動の意図

算数における探求的活動や問題解決活動において、しばしば見られる重要な考え方や過程、それを児童が実際に経験する場を活動の中に仕組むことができると考えられる。

算数的活動の具体例

算数的活動の分類		主な学習場面
外的活動	作業的な算数的活動 ：手や身体などを使って、ものを作るなどの活動 ・作ろう ・描いてみよう	導入場面
	体験的な算数的活動 ：教室の内外において、各自が実際に行ったり確かめたりする活動 ・ごっこ遊びをしよう ・確かめてみよう ・比べてみよう	
	調査的な算数的活動 ：実態や数量などを調査する活動 ・調べてみよう ・測ってみよう ・集めてみよう ・観察しよう	解決場面
	具体物を用いた算数的活動 ：身の回りにある具体物を用いた活動 ・さわってみよう ・分けてみよう ・くっつけてみよう ・並べてみよう ・動かしてみよう ・開いてみよう	
内的活動	探求的な算数的活動 ：概念，性質や解決方法などを見つけたり，つくり出したりする活動 ・表してみよう ・整理してみよう ・試してみよう ・新しく作ってみよう ・比べてみよう ・いい方法を見つけよう	場面
	発展的な算数的活動 ：学習したことを発展的に考える活動 ・こんなこともやれそうだな ・こんな時に使えそうだな ・こんなことが考えられる ・きまりを見つけてみよう	
	応用的な算数的活動 ：学習したことを様々な場面に応用する活動 ・当てはめてみよう ・使ってみよう	
	総合的な算数的活動 ：算数のいろいろな知識，あるいは算数や様々な学習で得た知識などを総合的に用いる活動 ・あの考えとこの考えを合わせて ・あの考えとこの考えを使って	

算数的活動を展開するための留意点

児童が楽しいと感じるという理由から，算数の授業でゲームを行ったり，人気のあるキャラクターを取り入れてストーリー化された授業の楽しさもある。しかし，算数の楽しさの中核は，じっくり考えてわかることの楽しさであると考えられる。そのような楽しさは，児童が自分たちで算数をつくり，算数を発見する，活動を通して算数の世界の構築にあると思われる。そして，そのような活動の中に，数量や図形に対する感覚が豊かになったり，算数と実生活の関連が図られたり，基礎的な技能の習熟が図られるなどの価値が含まれているのである。

したがって，従来にも増して手や身体を使っ

た活動を取り入れることを考えると同時に，算数に特有の考えるプロセスや考え方を大切にしたい指導を行うように配慮することが望ましいと考えられる。そして，教材研究において，本時のねらいは何かを見つめ，それにふさわしい算数的活動を設定して，概念形成に迫る子どもの動作，思考，表現を明確にしておくことが大事と思われる。

(3) 具体物を用いた算数的活動のできる教材研究 具体物を用いた算数的活動の意図

操作活動を行う意図は，「概念形成や理解を助けること」「判断や説明の根拠となること」「問題の把握や解決の見通しを立てること」などが考えられる。算数的活動も操作活動と同じよう

な意図があると思われる。しかし、算数的活動で大切にしたいことは、教師が「操作をさせる」のではなく、児童が主体的に「操作をする」とことと考えられる。そう考えれば、操作の内容や方法も変わってくるはずである。

例えば、数概念を知らせるために操作を行うことがある。操作で用いる教具としてブロックやおはじきなどがある。その際、児童がどんな教具が使ってもよいという立場に教師が立つことと考えられる。また、児童が使いたいときはいつでも教具が使えるという環境を教師が作ることと思われる。

具体物を用いた活動はスキーマの構成を目指した活動

ピアジェによると、外部の情報を思考の中で処理するためのよりどころとなるそれぞれ独自の認識の構造をスキーマとっている。スキーマは、

思考の中にバラバラな仕方では存在するものではなく、それぞれが関係し合い、網の目状をしながら、一貫性のある体系となっている。

教育書では上述したようなことは書かれては無く、それらの構造を促す「物」を指している。要するに、学習指導という実的な活動に寄与する具体的な「物」を指している。スキーマを図式と訳し、直感的、視覚に訴えるもので学習を進める用具として位置づけられている。しかし、スキーマは図式や映像などの直感に訴えるものに限定することはないと思われる。児童が発達するそれぞれの段階において、段階に応じた概念の獲得がある。よって、学習の用具としてのスキーマは、身近なものに始まり、図、公式という言葉・記号的スキーマにわたる。この間に、いろいろなスキーマを考えることができる。

身体的・運動的スキーマ	指を折ったり、身振りで説明したりといった身体活動（外的活動）を通して算数内容（内的なもの）を内面化させようとする。
物理的スキーマ	数量が等しいことや、方程式を扱う際、天秤の釣り合いという物理的スキーマを、等しいという数学的スキーマに利用している。
図的・操作的スキーマ	たし算やひき算のスキーマ化、かけ算やわり算のスキーマ化を、視覚的に図ろうとするもの。
数量の量的関係、包含関係を表すスキーマ	線分図やベン図など、数の構成や大小の関係認識、包含関係のスキーマを作る。
数や計算の図的スキーマ	分数、たし算の筆算のスキーマを作るもの。
記号・図式的スキーマ	記号のレベルは、物のレベルに比べて難解である。だが、記号が分かり始めると、簡潔で、しかも一般的、関係的に構造を見せることができる。
言語・記号的スキーマ	「物の個数を数えるとき、同数ずつ束を作ると数えやすい。」「長方形の面積＝縦×横」「三角形の内角の和は、 180° である。」など、学習の成果として形成したスキーマそのもの。

具体物を用いる活動は、形式につなぐ入り口と考えられる。唯一のスキーマに限ることはない。多様なスキーマがあることを念頭に置いて、より適切なスキーマを選んでスキーマの構成を図ることが大切と思われる。

具体物を用いた算数的活動の留意点

何のために具体物を用いた活動をさせるのか。それは、内容をよく理解させるためであると思われる。また、活動することそれ自体が大事であるためであるとも思われる。しかし、「具体物を用いた活動が望ましい」をそのまま字句通りに受け取って授業をすると失敗するおそれ

がある。

具体物を用いる活動にどんな意義があるとしても、また、隙間を埋める活動を用意することが大切であるとしても、いつまでも具体によりかかっているといけないと思われる。特に高学年では、形式を形式として受け入れることができたり、形式を駆使して当たり、具体物を離れて思考する児童にしなければならない。具体物に寄りかかっているだけでは中学数学へ進むことができなくなってしまう。具体物は徐々に、ときとして一気に、切り離し、形式に向かって進めなくてはならない。

3 多様な見方，考え方を比較・検討する場の指導法

(1) 多様な見方，考え方の必要性

算数科でねらっているものは、「過程（解法，数学的な考え方）こそ答えである」という場面が多い。どんな問題でも、その答えが重要なのではなく、その他の類似の問題をも解くことができるようにするために、その解法、つまり、過程（数学的な考え方）が重要であると考えられる。そして、一般には、その解法は、優劣を別にすれば、多様にあるのである。

しかし、児童は、とかく「算数とは1つの具体的な問題について答えが出れば終わりである」、「答えや解き方はただ一通りしかない」といった考えを持ちがちである。それは、従来の求答重視の指導によるものと考えられる。そこでは、結果だけが唯一大切なものとされ、児童は単に結果としての知識のみを断片的に教わろうとしたり、受け身的な取り組みに終始したりしがちになってしまうだろう。

したがって、個を生かすという立場からも、個々の児童が自分なりに真剣に考え出した多様な解法から早急に優劣をつけずに、積極的に生かしていく心構えが必要になるだろう。

(2) 比較・検討の場の指導

多様な見方，考え方を生かすためには、比較・検討する場の指導をどのようにしなければならないかを考える必要があると思われる。比較・検討

の場には4つの段階があると考えられる。

妥当性の検討

自力解決した1つ1つの考えについて、それが論理的に筋道立っているかどうかを検討する。もし、考えが論理的に矛盾していたり、結論の導き方が間違っていたりすると、その考えはその場で修正される。これらは、互いに他の解法の正しさの裏付けになると同時に、互いのよさの比較・検討をも容易にするものである。

関連性の検討

論理的に筋道立っていることが確かめられた考え、検討により修正された考えを比較し、互いの考えの共通性に着目してまとめ・関連づけたり、それぞれの考えのよさに目を向けたりするものである。

検討の方向については、事前に関連・並列化、統合化、構造化などの視点のうちのどれに該当するかを明確にし、その視点に沿った検討が促されるよう発問を十分に検討しておくことが大切である。

有効性の検討

簡潔さ、発展性などの観点から、それぞれの考えのよさや不十分さを検討する。ここで大事な点は、比較・検討を促すための新たな視点に気づかせるということである。新たな視点にどう気づいていくかは、児童の中から出されてくる場合もあるだろうし、教師提示の場合もあり得る。

検討の方向については、事前に関連・並列化、統合化、構造化などの視点のうちのどれに該当するかを明確にし、その視点に沿った検討が促されるよう発問を十分に検討しておくことが大切である。

解法の自己選択

これまでに検討したことを参考にしたり、提示された問題を解いたりして、最もよいと思う考えを自分なりに選択する。

有効性の検討をする中で、最終的にどれか1つにまとめていこうとする場合、教師の努力にもかかわらず、必ずしも帰着させたい結論へと

全員が納得して到達するとは限らない。このような場合、無理やり教師の考えている方向へ引っ張ることは危険である。あくまでも、それに向けて、児童の納得のいく形で検討させていきたい。自分のものとして真に身につくものは、自分なりの根拠を持って本当に納得したものだけだからである。その児童本人が選択した解法は、本人にとっては、その時点における最高の結論といえるだろう。

その後、いろいろと問題を解いていく中で、自分なりに納得して自己選択を変更していくことを期待することになる。よって、それまでの解法の妥当性の検討や有効性の検討の時点で、それぞれの解法や意見をできるだけ理解させ、それらの解法を自分のものとして使えるようにしておくことが必要になってくるだろう。

(3) ワークシートの工夫

観点を明確にする方法としては、キーワードとなるような言語表現が考えられる。しかし、言語表現よりも絵や図に表した方がかえってわかりやすいこともある。そう考えるとあまりワークシートを形式化せず、ノート感覚で使えるような物がよいと考えられる。

授業実践

1 単元名 わり算を考えよう

(あまりのあるわり算)

2 単元の目標

乗法九九を1回適用してできる除法で、あまりのある場合の計算ができる。

〔関心・意欲・態度〕

あまりのある除法計算を用いる場合でも、あまりのない除法計算と同様に進んで日常生活に

おける問題解決に活用しようとする。

〔数学的な考え方〕

既習の除法と関連づけて、あまりのある場合の除法でも乗法九九を使って答えが求められることを筋道立てて説明することができる。

問題場面によってあまりの処理のしかたを工夫することができる。

〔表現・処理〕

あまりのある除法計算ができ、答えの確かめをすることができる。

あまりのあるわり算を数学的な問題の解決や日常生活に適切に用いることができる。

〔知識・理解〕

「あまり」の意味、あまりと除数の大小関係、及びあまりのある除法計算のしかたを理解する。

3 単元について

(1) 教材観

除法の意味と、乗法九九を1回適用してできる除法計算(あまりのない場合)については第3単元で学習している。

ここでは、その発展として乗法九九を1回適用してできる除法で、あまりのある場合の計算の意味と計算方法について学習する。そして、あまりのある除法計算を用いる場合でも、あまりのない除法計算と同様に進んで問題解決に活用できるようにする。

第3学年で扱う除法の計算は、除数と商が1位数の場合、 $48 \div 6$ や $13 \div 4$ などの乗法九九を1回用いて商を求めることができる計算である。こうした計算は、第4学年で学習する2~3位数 \div 1位数の筆算形式の除法につながるので、確実に技能を身につけるようにする。

(2) 児童観(レディネステストの結果と考察)

問題のねらい	正答率	誤答例	考察
1. 等分除の意味を理解しているか あめ玉が12こあります。3人で同じ数ずつ分けます。机にあめ玉をかきましよう。(もかきましよう)	14人(37%)	・3こしかくばっていない 1人(3%) ・矢印無し 1人(3%) ・1こずつ 1人(3%)	包含除のように操作した児童が54%もいた。これは、答えの見通しを持ち「4こに分けられるから、4こをまとめて机に持って行こう」という考えが働いたと思われる。しかし、中には等分除

	含除のように分けている 20人(54%)		と包含除の区別がついていない児童もいると思われる。
2. 包含除の意味を理解しているか あめ玉が12こあります。1ふくろ3こずつ入れます。ふくろはいくつできるでしょう。あめ玉をせんでかこみましょう。	29人(78%)	・4こずつ分けている 7人(19%) ・1こずつ分けている 1人(3%)	「3こずつ分ける」のに4こずつ分けている児童が17%もいた。これは、「 $12 \div 3 = 4$ 」ということが分かっているが、題意を理解しておらず、答えの4はふくろの数なのにあめ玉の数と思い、4つのまとまりを作ってしまったと思われる。
3. 事象からどれが除法になるか 15mのテープと5mのテープがあります。長さのちがいは何mでしょう。 12このあめ玉を、ちはる、けんた、みゆきの3人で分けます。けんたのあめ玉は、どこでしょう。 15本のえんぴつを5人で同じ数ずつ分けると、1人分は何本になるでしょう。 答え	33人(89%)	6人(16%) 19人(51%) (複数回答のため100%を超えている)	は減法、は条件が足りず計算できない、が正解なのだが、を選んだ児童が51%と多かった。第3単元の導入で学習させたつもりだったが、定着率が低かったのもう一度学習させる必要がある。
4. 除法を乗法九九を用いて答えを求めることができるか。 $6 \div 2$ $28 \div 4$ $7 \div 1$ $36 \div$ $0 \div 6$ $56 \div 7$ $24 \div 3$ $48 \div 9$ (未習)	37人(100%) 36人(97%) 36人(97%) 36人(97%) 37人(100%) 36人(97%) 35人(94%) 9人(24%)	6 1人(3%) 1 1人(3%) 36 1人(3%) 6 1人(3%) 4 1人(3%) 24 1人(3%) ・無回答 14人(38%) ・5 8人(23%) ・3あまり 4人(9%) ・489 1人(3%) ・8 1人(3%)	は未習であるが、24%の児童が正解している。また、誤答の中には「5(3あまり)」が2人、「3あまり」も3人、「3あまり5」が1人、「5 ?あまり」が1人いた。「あまり」があることは分かるが、表現の仕方が分からなかっただけであろう。
5. 何倍かを求める場合にも除法が用いられることを理解しているか けんじは遊戯王カードを24まい持っています。ゆうじは遊戯王カードを6まい持っています。けんじはゆうじの何倍遊戯王カードを持っていますか。(式、図をかいて答えましょう)	式 32人(86%) 答え 31人(84%) 図 9人(26%)	・24 - 6 4人(10%) ・ 6×4 1人(3%) ・18 5人(13%) ・3 1人(3%) ・ただ図を書いている (操作が分からない) 15人	減法で処理している児童が10%ほどいた。倍概念が理解されていないのであろう。また、立式や答えの正答率が高いが、題意から正しく図に表現している児童は26%と低い。

(3) 指導観

第3単元のわり算では、乗法九九を1回適用することで、積が被除数と一致するものを探せば商を求めることができた。本単元では、一致するもの

がないために、それに最も近く、しかも小さい数を求めなければならない難しさがある。その上で、あまりを念頭ですることから計算の誤りが生じることが多い。このつまずきを回避するために、筆

算の操作の一部を取り入れる。こうすることで、除数の倍数のうち、被除数からひける最大の数をひくという、除法の意味が明確になってくる。また、あまりが除数より小さくしなければならないという理由を知ることができる。

あまりのある除法の答えは、商とあまりの両方である。しかし、生活上では、わりすすんであまりを処理することが多い。「わりきれないわり算」＝「あまりのあるわり算」という誤ったイメージを構築せず、わりきれないわり算の中には、わりきれない量をあまりとして残すものもあれば、わり進めるもの、商を四捨五入するものもあるというイメージを残すことが大切である。つまり、あまりをどのように処理するかが課題となる。例えば、切り捨てるのか、切り上げるのか、分け方を変えるのかなど、場面によって処理することがある。したがって、あまりの処理を課題とする問題も大切にすることによって、5年の(小数)÷(整数)で、商を整数までとして、小数部分を余りとして求める場合を考えさせることにもつながる。

児童観から問題点を挙げると4つある。1つ目は等分除と包含除の区別ができていないことがみられる。本単元では、操作しやすい包含除で導入するが、3時で等分除を学習するときにもう一度、等分除と包含除を意識づける手だてをしたい。2つ目は「同じ数ずつ分ける」と「分ける」との違い。「同じ数ずつ分ける」とは、算数・数学として成り立つための条件である。このような算数・数学の条件を3年生の段階から意識付けさせておきたい。これは、3時で等分除を学習するときにも押さえることができる。3つ目はあまりのあるわり算の表現の仕方であるが、これは、1時の目標でもあるのでしっかりと押さえたい。4つ目は題意の理解と題意から正しく図に表現することであ

る。これは本テーマとの関わりが大きい。毎時間問題提示の時に、図や絵を描かせたり、あるいは操作ができるような具体物を用いたりしながら本単元の学習を進めたい。3時では計算の工夫の指導のような問題提示をする。分配法則を用いて計算を簡便にする方法の指導もあるが、あまりと除数の関係に着目させるような指導を心がけたい。

(4) 数学的な考え方の具体的内容と教材との関連 帰納的な考え方

- ・被除数や除数を変化させ 実際に計算して、その結果からあまりと除数との関係を発見する。

類推的な考え方

- ・乗法九九を1回適用することで、積が被除数と一致するものがなくても、「同じ数ずつ分ける」ということからわり算の立式ができる。
- ・あまりのない場合との共通点を見つけることによって、あまりのある場合もたぶんあまりのない場合と同じようにわり算として考えてもいいだろうというようなとらえ方。

統合的な考え方

- ・あまりのある場合とない場合の除法を統一的に把握する。

一般化の考え方

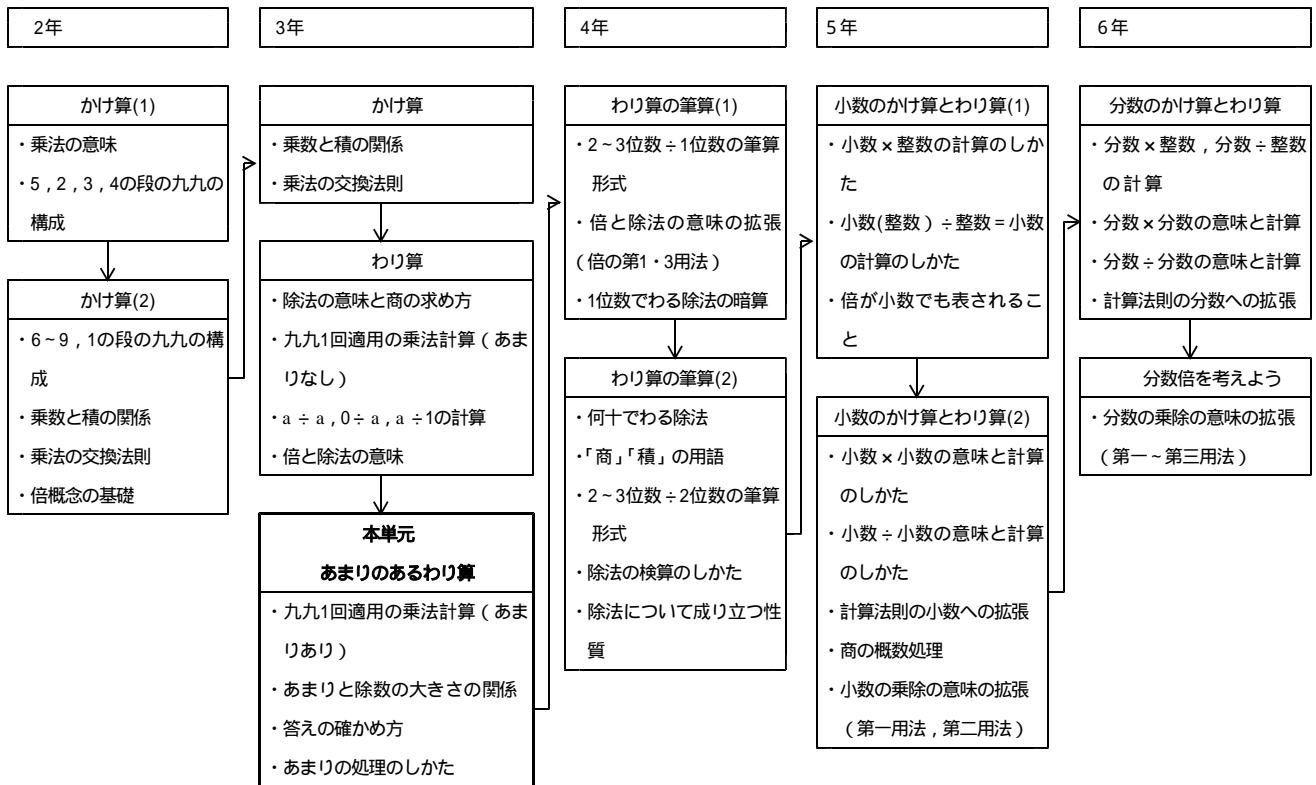
- ・除数とあまりの大きさを比較することによって、両者の関係を一般化してとらえ、除法の性質についての基本的な理解を図る
アルゴリズムの考え

- ・答えの確かめ方を理解する。

関数的な考え

- ・除数とあまりの关系的な見方をおして、関数的な考え方の素地をつくる。

4 教材の関連と発展



5 指導計画

小単元	時	目標	学習活動
あまりのあるわり算	1	・乗法九九を1回適用してできる除法で, あまりのある場合の計算方法を理解する。 検証授業1	・わられる数を考えさせて, わりきれる場合とわりきれない場合を明確にする。 ・ $14 \div 4$ の答えの見つけ方を考える。 ・「あまり」の意味を理解する。
	2	・あまりと除数の関係を理解する。	・ $13 \div 4$ などの計算について, あまりと除数の関係を調べる。 ・あまりは除数より小さくなることを理解する。
	3	・あまりと除数の関係を理解する。 検証授業2	・ $8 \div 3, 10 \div 3$ のあまりの処理の仕方について考える。 ・あまりは除数より小さくなることを理解する。
	4	・あまりのある場合の除法計算について, 検算のしかたを理解する。	・あまりのある場合を含む除法の答えの確かめ方を理解する。 ・筆算の形式の一部を知る。
あまりのあるもんだい	5	・あまりのとらえ方について理解を深める。	・題意をとらえ, $27 \div 6$ と立式して, 答えを求める。 ・計算では4あまり3だが, 答えは商+1になることを, 話し合い, 理解する。
まとめ	6	・学習内容に習熟する。 ・学習内容の理解を確認する。	・「れんしゅう」をする。 ・「たしかめ」をする。

6 授業仮説と留意点

時	問題・授業仮説 (作業仮説との関連)	留意点	予想される算数的活動() 予想される数学的な考え方()					
1 (検証授業1)	仮1 わられる数を未知数にして問題提示をし、児童自ら考えてわられる数(わり切れる数)を書かせ、あまりのないわり算と同じように考えていくことにより、多様な見方、考え方を引き出すことができるだろう。	<ul style="list-style-type: none"> ・わり切れるわり算を想起させるためにわられる数をあえて最初にかかないでおく。 ・具体物(おはじき)が使えるように、準備しておく。 ・今まで使った考え方を想起させる。 	具体物を用いた算数的活動、応用的な算数的活動 類推的な考え方、記号化の考え方、単位の考え、概括的把握な考え、基本的性質の考え、操作の考え					
	仮2 多様な考え方が書けるようなワークシートを作成することにより、多様な見方、考え方を統合することができるだろう。	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: right;">名前()</p> <p>問題</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; padding: 5px;">自・友()の考え</td> <td style="width: 33%; padding: 5px;">自・友()の考え</td> <td style="width: 33%; padding: 5px;">自・友()の考え</td> </tr> <tr> <td style="width: 33%; padding: 5px;">自・友()の考え</td> <td colspan="2" style="width: 66%; padding: 5px;">自・友()の考え</td> </tr> </table> <p>わかったこと</p> </div>	自・友()の考え	自・友()の考え	自・友()の考え	自・友()の考え	自・友()の考え	
自・友()の考え	自・友()の考え	自・友()の考え						
自・友()の考え	自・友()の考え							
3 (検証授業)	仮1 計算の工夫の指導のような問題提示をすることにより、多様な見方、考え方を引き出すことができるだろう。	<ul style="list-style-type: none"> ・単純化したり、記号化したりと既習内容と結びつけて考えたり、計算の工夫が多く引き出されるようにする。 ・文章では理解しづらいので、具体物を使って提示する。 ・問題解決ができない児童にはヒントカードを与える。 	具体物を用いた算数的活動、応用的な算数的活動 単純化の考え、表現の考え、操作の考え、概括的把握の考え、単位の考え、記号化の考え方					
4	仮1 具体物を用いた算数的活動を行う場を与えるような問題提示をすることにより、多様な見方、考え方を引き出すことができるだろう。	<ul style="list-style-type: none"> ・色紙を児童全員分準備し、算数的活動ができるようにする。 ・あまりのある場合を含む除法の答えの確かめ方を具体物を操作しながら理解する。 	具体物を用いた算数的活動 類推的な考え方、単位の考え、記号化の考え方、式についての考え、基本的性質の考え、式についての考え					
5	仮1 体験的な算数的活動を行う場を与えるような問題提示をすることにより、多様な見方、考え方を引き出すことができるだろう。	<ul style="list-style-type: none"> ・フラフープを準備し、児童が体験的に問題解決できるようにする。 ・今までの問題との違いをはっきりさせる。 	具体物を用いた算数的活動 概括的把握の考え、式についての考え、表現の考え、操作の考え、記号化の考え方、特殊化の考え方					

7 検証授業1

(1) 目標

教科の目標

- ・乗法九九を1回適用してできる除法で、余

りのある場合の計算する方法を理解する。

主な算数的活動

ア 具体物を用いた算数的活動

- ・おはじきの操作

イ 応用的な算数的活動

- ・かけ算九九を使う。
- ・ひき算を使う。
- ・テープ図を使う。

主な数学的な考え方

ア 類推的な考え方

- ・あまりのないわり算と同じようにおはじきで考える。
- ・あまりのないわり算と同じようにかかけ算九九で考える。
- ・あまりのないわり算と同じようにひき算で考える。
- ・あまりのないわり算と同じようにテープ図を使って考える。

イ 記号化の考え方

- ・あめ玉を に置き換えて考える。

- ・解法を見つけやすくするためにテープ図に表して考える。

ウ 統合的な考え方

- ・あまりのあるわり算をあまりのないわり算と結びつけて考える。

エ 単位の考え

- ・おはじきを操作するときやテープ図で考えるときに、わる数を1つのまとまりとして考える。

オ 表現の考え

- ・あまりのあるわり算も÷という記号を使って表現できると考える。

カ 操作の考え

- ・おはじきをわる数分だけ分けて考える。
- ・わる数分だけ引いて考える。

キ アルゴリズムの考え

- ・わる数のかけ算九九でわられる数に近くて、わられる数より小さい数を見つけようとする。

(2) 本時の展開

学習活動	教師の支援	児童の反応・仮説の検証
<p>問題提示</p> <p>問題解決・発表</p> <p>わり切れる数か</p> <p>補説</p> <p>問題提示</p> <p>問題解決・発表</p> <p>学習目標</p>	<p>あめ玉が があります。1人に4こずつ分けます。何人に分けられますか の中に思いついた数字を入れましょう。</p> <p>・余りのないわり算を想起させるために、わられる数をあえて最初にかかないでおく。</p> <p>補説：余りのないわり算を想起させる程度に留めておく。</p> <p>に14を入れ、式に書きましょう。</p> <p>発問 かけ算九九ではすぐに答えが見つからないわり算はどのようにすれば答えが見つかるでしょうか。</p> <p>・今まで使った考え方を想起させる。</p> <p>・具体物（おはじき）が使えるように、準備しておく。</p>	<p>8, 12, 20, 24, 40, 80, 400...</p> <p>4の段の九九などのわり切れる数を入れる。</p> <p>14 ÷ 4</p> <p>仮1 わられる数を未知数にして問題提示をし、児童自ら考えてわられる数（わり切れる数）を書かせ、あまりのないわり算と同じように考えていくことにより、多様な見方、考え方を引き出せたか。</p>

問題解決・発表

児童の考え方

おはじきを使って考える。



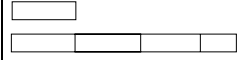
(17人)

引き算で考える。

$$14 - 4 - 4 - 4 = 2$$

(0人)

テープ図を使って考える



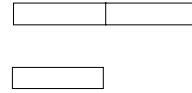
(4人)

かけ算九九を使って考える。

$2 \times 4 = 8$ 6こあまる
 $3 \times 4 = 12$ 2こあまる
 $4 \times 4 = 16$ 2こたりない

(1人)

14を10と4に分けて考える。



(1人)

無答(9人)

誤答(2人)

・多様な考え方が発表できるように机間指導する。

3人あまり2

N

Y

補説

まとめ



問題解決の様子

補説：児童自ら違いに気づき，間違いを正せるようにする。



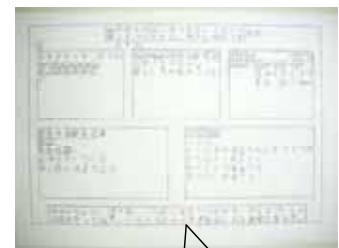
黒板での発表の様子

あめ玉が14こあって1人に4こずつ分けると，3人に分けられて2こあまる。
 $14 \div 4 = 3$ あまり2

仮2 誰の考え方なのかが分かるようなワークシートを設けることによって，多様な見方，考え方を統合することができたか。



比較・検討の様子



児童の感想

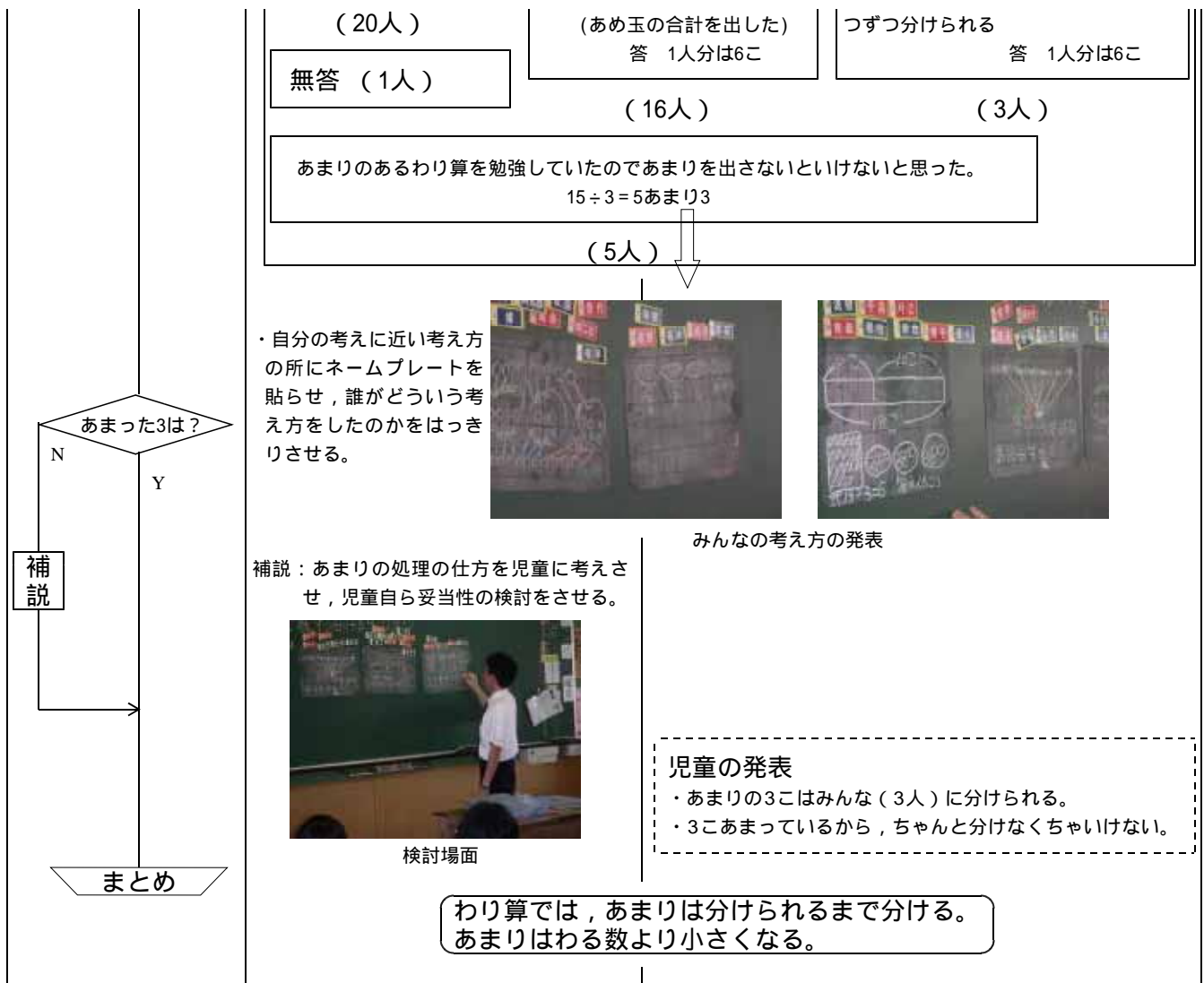
今日，みんなでやってみて，いろいろなやり方があるんだとわかりました。

8 検証授業2

(1) 目標

教科の目標

・あまりと除数の関係を理解する。



研究の考察

1 作業仮説1の検証

算数的活動を行う場を与えるような問題提示をすることによって、多様な見方、考え方を引き出すことができるだろう。

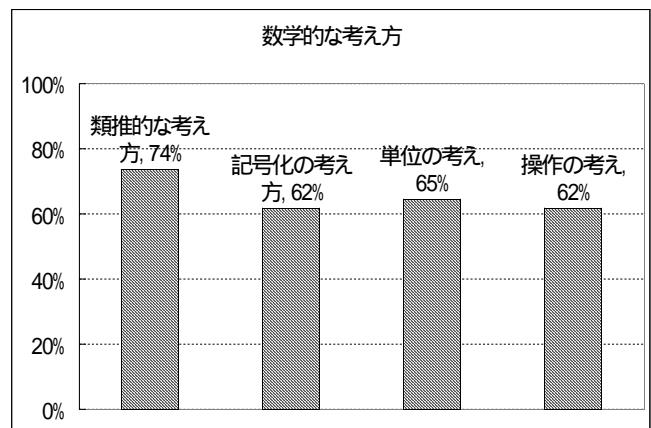
(1) 検証授業1

手だて

- ・ わられる数を未知数にして出題し、児童自ら考えてわられる数(わり切れる数)を書くことにより、あまりのないわり算と同じように考えていくようにする。
- ・ 児童一人一人におはじきを用意し、操作をし

ながら考えることができるようにする。また、テープ図等は前の単元の指導の時に予め解き方の1つの方法として取り上げている。

結果



- ・あまりのないわり算と同じように考える，類推的な考え方をしていた児童は74%いた。
- ・わる数を1つのまとまりとして考える，単位の考え方をしていた児童は65%いた。
- ・絵やテープ図で考える，記号化の考え方をしていた児童は62%いた。
- ・記号化をして移動している様子を矢印などを使って表現する，操作の考え方をしていた児童は62%いた。
- ・具体物を用いた算数的活動を行ってやろうとするのだが，それを図や絵で表現できない児童が26%いた。

考察

- ・74%の児童が，あまりのないわり算と同じように考えればよいという類推的な考え方ができたのは，あまりのないわり算と関連づけられる問題提示をしたからだと思われる。
- ・74%の児童が自力解決の場ではじきの絵やテープ図を書いて自分の考えを表現できたのは，前の単元で，おはじきなどの具体物を使って操作しながら自力解決を行ないその体験に基づいてこの場面でも同じ方法が使えるだろうという見通しを持ち，解こうとする態度が身に付いていたからだと思われる。
- ・ヒントカードなど児童への対応を事前に準備しておけば，きちんと自分の考えを表現できたと思われる。

(2) 検証授業2

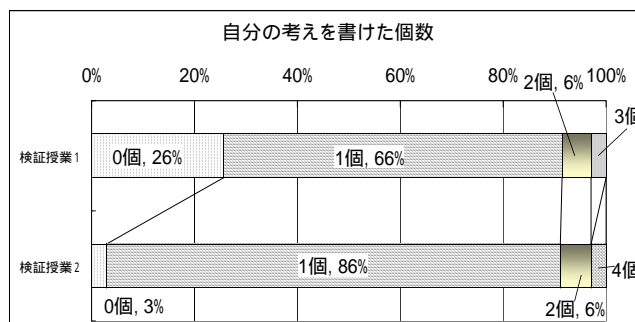
手だて

- ・「8こ入りのあめ玉を3人に配る。また，10こ入りのあめ玉を3人に配る。1人分は何こになりますか。」このような計算の工夫の指導のような問題提示をし，単純化したり，記号化したりと既習内容と結びつけて考えられるようにする。
- ・個に応じた手だてとして，問題解決できない児童にはヒントカードを準備する。

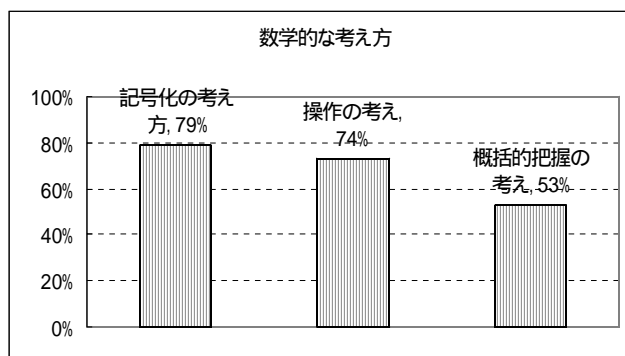
結果

- ・検証授業1では，自分の考えを1つも書けな

った児童が26%いたが，3%に減っていた。



- ・絵やテープ図で考える，記号化の考え方をしていた児童は79%いた。
- ・わる数を1つのまとまりとして考える，単位の考え方をしていた児童は74%いた。
- ・あめ玉を合計してから考えていく，概括的把握の考え方をしていた児童は53%いた。
- ・8と10を3人に分けていく操作（展開の ）の考え方をしていた児童は47%いた。
- ・2つのわり算で解く（展開の ）児童は1人しかいなかった。



考察

- ・自分の考えを書けるようになったのは，ヒントカードや検証授業1で友だちの考えを見ていて，それを参考に考えたと思われる。
- ・問題提示の時に演示をするなどの工夫を行えば，もっと多様な見方，考え方が出てきたと思われる。
- ・問題提示をした後，一人の児童の「難しそう」という発言を取り上げていたら，2つのわり算で解く児童が出てきたと思われる。

2 作業仮説2の検証

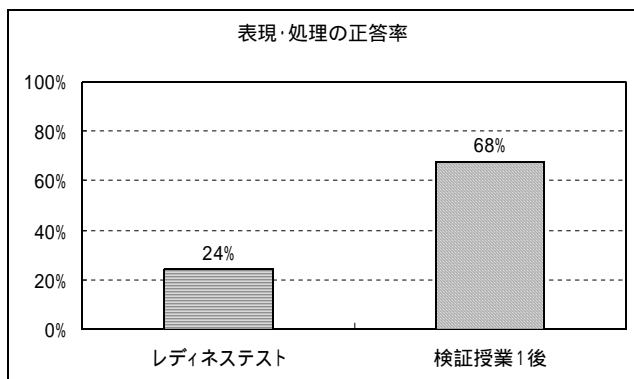
比較する観点を明確にできるような比較・検討をする場を設けることによって、多様な見方、考え方を統合することができるであろう。

(1) 手だて

- 多様な考え方が書けるように5つの枠を作成し、それらが一目で分かるようなワークシートを作成する。

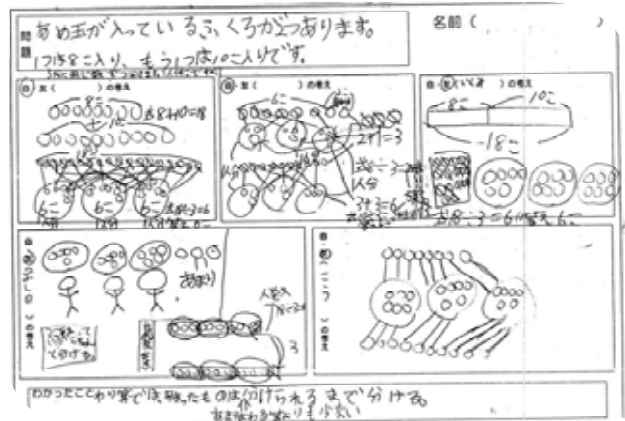
(2) 結果

- 自分の考えは1つしか書けなかった児童も、比較・検討の場で友だちの考えを聞くことにより、いろいろな見方、考え方があることに気づくことができた。
- レディネステストのあまりのあるわり算の正答率が24%であったが、授業後のミニテストでの正答率は68%と上がってはいるが、まだ十分ではない。



(3) 考察

- いろいろな見方、考え方があることに気づくことができたのは、多様な考え方が一目でわかるワークシートを作成したからだと思われる。
- 比較・検討する場での解法の自己選択を行っていれば、式から絵や図などをかいて工夫して解こうと考え、もっと正答率が上がっていたと思われる。



児童のワークシート

研究の成果と課題

1 研究の成果

算数的活動を行う場を与えるような問題提示を工夫することによって、多様な見方、考え方を引き出し、見方、考え方は1つではなく、たくさんあることに気づくことができた。

数の感覚を豊かにするような算数的活動することによって、テープ図や絵をかいて考えていこうとする態度が見られた。

2 今後の課題

より授業を分かりやすいものにするための算数的活動の開発とその指導法。

一人ひとりの考え方を生かす相互交流による数学的な考え方の育成。

比較・検討する場で多様な考え方の共通性や関連性が分かるようなワークシートの工夫。

比較・検討する場で多様な考え方を統合するための指導法。

おわりに

「数学的な考え方の育成」というテーマで6ヶ月間研究を進めてきました。「数学的な考え方とは何か」ということから進めていきましたが、定義づけることが難しかったです。でも数学的な考え方とは、「アイデアや見方、考え方や方法などを生かして、算数をつくったり発展させたりしていくときの基になるものなのかな」ということがぼんやりと見えて

きたようです。その育成には、日々の授業の中で問題提示を工夫し、どこで、どのように、どんな数学的な考え方や態度を経験させたり、伸ばしたりしていきたいのかを具体的に考えて指導に当たらなければならないということ分かりました。

研究期間中、ご指導して下さいました研究所の比嘉信勝所長、當間正和係長、山里昌樹指導主事はじめ研究所の職員の皆様、心から感謝申し上げます。また、テーマ検討会などで様々な角度からご助言を下された浦添市教育委員会の諸先生方、教科指導員として親身になって指導して下さいました浦城小学校の宮里晋先生へ深く感謝申し上げます。そして、学校へ行くといつも温かく声をかけ気遣って下さった大城和宏校長先生はじめ本校職員の皆様、快くクラスを貸して下さいました3年5組の日高直子先生、本当にありがとうございました。最後に、共に6ヶ月間研究をした研究員の古園先生、平良先生、いい雰囲気の研究が出来ました。ありがとうございました。

研究の成果と課題を学校現場に持ち帰って、これからも頑張っていきたいと思えます。

《主な参考・引用文献》

- ・文部省
「小学校学習指導要領解説 算数編」
東洋館出版 1999
- ・日本数学教育学会
「算数教育指導用語辞典」
教育出版 1992
- ・片桐重男
「数学的な考え方の具体化」
明治図書 1988
- ・片桐重男
「問題解決過程と発問分析」
明治図書 1988
- ・中島健三
「数学的な考え方と問題解決 実践研究編」
金子書房 1985
- ・日本数学教育学会
「基礎・基本をおさえた算数科授業作りのポイント 小学校3年」
東洋館出版 2002
- ・平岡忠，伊藤説朗
「新算数指導事例講座3 数と計算」
金子書房 1991
- ・杉山吉茂，藤井齊亮，中村享史，清水美憲
「算数的活動で授業を楽しく」
東京書籍 2000
- ・池野正晴
「自ら考え，みんなで創り上げる算数学習」
東洋館出版 2000
- ・松原茂
「算数指導 7つの視座」
東洋館出版 2004
- ・志水廣
「イブシロン 『概念形成のための算数的活動』」
愛知教育大学数学教育会誌 1999